文章编号：1000-8055(2026)02-20230644-09 doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20230644

考虑层间应力的复合材料疲劳寿命预测方法

曹端兴[1,2]，杨 洋[3]，陈新文[3]，祝 赫[1,2]，李少林[1,2]，石多奇[1,2]，齐红宇[1,2]

（1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院，北京 100191；
2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室，北京 100191；
3. 中国航发北京航空材料研究院 航空材料检测与评价北京市重点实验室，北京 100095）

摘 要： 针对疲劳载荷下复合材料层板容易产生分层且多是从边缘开始分层的现象，利用解析法求解复合材料层合板各层间应力，得到拉伸和弯曲载荷下各层间界面层间应力分布情况。提出了局部平均应力的概念对自由边界附近的层间应力进行处理，利用改进的 Hashin 分层失效准则作为分层判据选取危险层间的局部平均应力，将其引入到复合材料 Stress-Fatigue life N（简称 *S-N*）曲线模型当中，采用拉-拉和三点弯曲疲劳载荷下的复合材料寿命数据进行拟合，利用拟合得到的模型进行寿命预测，结果发现拟合精度较高，预测寿命均在±2 倍误差带以内，并将建立的模型与目前 3 种常用的 *S-N* 曲线模型进行对比，发现本文模型在整体上预测结果最好，对拉伸和弯曲疲劳寿命预测误差最小。

关 键 词： 复合材料；边缘效应；层间应力；*S-N* 曲线；寿命预测

中图分类号： V235.1 **文献标志码：** A

A fatigue life prediction method for composite materials considering interlayer stress

CAO Duanxing[1,2], YANG Yang[3], CHEN Xinwen[3], ZHU He[1,2], LI Shaolin[1,2], SHI Duoqi[1,2], QI Hongyu[1,2]

（1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength, Beihang University, Beijing 100191, China;
3. Beijing Key Laboratory on Aeronautical Materials Testing and Evaluation, Beijing Institute of Aeronautical Materials, Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China）

Abstract: In response to the phenomenon that composite laminates are prone to delamination under fatigue load, which often starts from the edge, analytical methods were used to solve the interlayer stress of composite laminates and obtain the distribution of interlayer stress at each interface under tensile and bending loads. The concept of local average stress was proposed to process the interlayer stress near the free boundary. The improved Hashin delamination failure criterion was used as the delamination criterion to select the local average stress between dangerous layers, which was introduced into the composite Stress-Fatigue life N (Abbreviated as *S-N*) curve model. The composite material life data under tensile and three-point bending fatigue loads were used for fitting, and the fitted model was used for life prediction. The

收稿日期： 2023-10-11

基金项目： 国家科技重大专项(2017-Ⅳ-0007-0044)

作者简介： 曹端兴(1999—)，男，硕士生，主要从事复合材料结构强度及稳定性分析方面的研究。E-mail: caoduanx518@163.com

通信作者： 齐红宇(1969—)，男，教授，博士，主要从事非均匀材料结构的强度、寿命以及可靠性分析和航空绿色能源适航安全性等方面的研究。E-mail: qhy@buaa.edu.cn

引用格式： 曹端兴, 杨洋, 陈新文, 等. 考虑层间应力的复合材料疲劳寿命预测方法[J]. 航空动力学报, 2026, 41(2): 20230644. CAO Duanxing, YANG Yang, CHEN Xinwen, et al. A fatigue life prediction method for composite materials considering interlayer stress[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(2): 20230644.

results showed that the fitting accuracy was high, and the predicted life was within ±2 times the error band. The model was compared with three commonly used *S-N* curve models, finding that the overall prediction results of this model were the best, with the smallest prediction error for tensile and bending fatigue life.

Keywords: composite materials; edge effect; interlayer stress; *S-N* curve; life prediction

目前树脂基复合材料广泛应用于航空航天结构当中[1]，实际工况载荷环境多为疲劳载荷，因此对于该材料的疲劳性能研究十分重要，这也为改进复合材料设计提供重要依据。

由复合材料的疲劳损伤过程可以发现，分层在疲劳过程的早期阶段产生，并持续到寿命末期，可认为分层占据着复合材料疲劳寿命的主要过程[2-3]。故复合材料的破坏往往受其层间分层影响较大，而复合材料分层主要受到层间应力的影响，且自由边界附近层间应力较大。除了接近自由边界很窄的边界层以外，经典层合板理论确定的应力在大部分层合板中是精确的[4]。这样层合板刚度受总体而非局部的应力影响，且实质上不受层间应力的影响。此外局部的高应力控制破坏过程，而层板的名义应力是有一定局限的，因而层合板的强度和寿命主要受层间应力控制[5]。这也意味着，复合材料层板在自由边界附近过大的层间应力会对疲劳寿命有着重要的影响。

对于考虑层间应力对寿命的影响，一些研究说明复合材料中受铺层方式影响的自由边界层间应力对疲劳寿命具有较大程度的影响，基于经典层合板理论的疲劳寿命分析方法会过高估计疲劳寿命，部分层间应力会显著影响复合材料的疲劳性能[6-8]。

针对复合材料层板边缘易分层的现象，利用解析法求解复合材料层合板各层间应力，对自由边缘附近较高的层间应力进行量化，利用分层判据选取危险层的局部平均应力，将其引入到复合材料 *S-N* 曲线模型中，对文献中的复合材料承受拉-拉和三点弯曲疲劳载荷下的寿命数据进行拟合，将拟合得到的寿命模型进行寿命预测，并将该模型与目前 3 种常用的 *S-N* 曲线模型进行对比，对比发现本文模型在整体上预测结果最好，疲劳寿命预测误差最小。

1 复合材料层板分层演化过程及层间应力分析

1.1 复合材料层板分层演化过程

对于两种单层板厚度的碳纤维增强树脂基复合材料层板，标准厚度铺层角度为 $[90/\pm45/90_2/\pm45/90]_S$，低厚度铺层角度为 $[(90/45)/(-45/90)]_{6S}$，其在静态载荷下两个叠层边缘发生的损伤如图 1 所示[9]。首先，对于这两种厚度铺层，基体开裂均发生在 $90°_2$ 的铺层处，因为该铺层主要是由基体起承载作用，导致基体容易开裂。与 $90°_2$ 铺层相邻的界面是分层的最关键界面，此时边缘附近高的层间应力促使基体裂纹在层间扩展形成分层。这些结果表明，边缘基体裂纹和高层间应力是这两种层板分层的主要来源，即取向为 90°的铺层在相邻界面处触发分层。

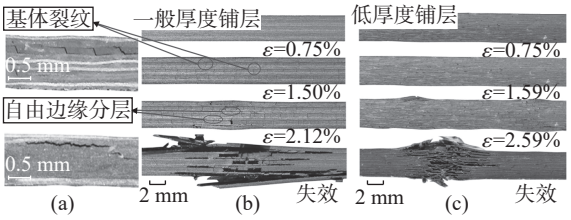


图 1 静态载荷下无缺口层板的分层过程

Fig. 1 Delamination process of non notched laminates under static load

对于承受拉伸疲劳载荷的铺层角度为 $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_S$ 的复合材料层板，其疲劳分层过程如图 2 所示[10]。首先在自由边缘开始分层，随着循环数增加，随后少量纤维也会断裂，但最初的失效是由分层控制的。在纤维失效之前，分层通过层向下移动，直到−45°/0°界面发生完全分离，产生如图 2(c)所示的最终断裂。这种边缘分层的现象也在文献的拉伸疲劳试验中被发现[11]，首先试样侧边开始分层，随着循环数增加，分层的层

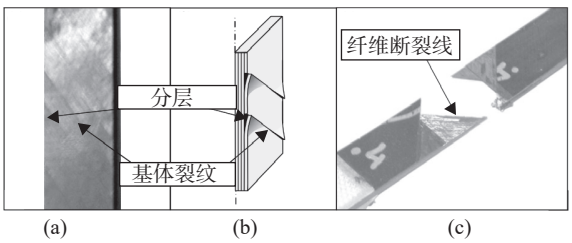


图 2 $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_S$ 层板的拉伸疲劳失效过程

Fig. 2 Tensile fatigue failure process of $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_S$ laminates

数增加，在纤维断裂之前，分层现象已经十分明显且沿轴向加载方向扩展了很大范围。

1.2　层间应力分析

在分析层合板的层间应力之前，需要对层合板所参考的坐标系进行定义。为便于理解各个方向的层间应力，定义层合板 0°铺层的纤维方向为坐标系 x 轴方向，90°铺层的纤维方向为 y 轴方向，层间界面法向方向为 z 轴方向。对于正交铺设的层合板，即 $[0/90]_S$，其在 x 轴方向上受均布拉伸载荷。参考层状复合材料结构边缘效应非线性分析[12-13]，利用解析法计算得到层间应力 σ_{zz}、τ_{xz} 和 τ_{yz} 的解析解[5]，可以发现层间应力 σ_{zz}、τ_{xz} 和 τ_{yz} 都存在自由边缘附近层间应力过大的情况，能够解释复合材料自由边界易分层的现象。

1.2.1　拉伸载荷下层间应力分析

目前投入工程应用的复合材料层合板多是多角度铺层且层数较多，故对铺层形式为 $[45/90/-45/0_2/-45/90/45]_S$ 的 T300/QY8911 碳纤维/双马树脂层合板承受拉伸载荷下的层间应力分布情况进行分析。对层合板右端面施加正向的大小为 1 000 MPa 的压力，对左端面施加固定约束，得到各层间界面的层间应力，即 σ_{zz}、τ_{xz} 和 τ_{yz}，并相对外载荷进行归一化处理，其中部分层间界面层间应力分布情况如图 3 所示，其中横坐标为横向坐标与宽度的比值，b 为板宽的一半。

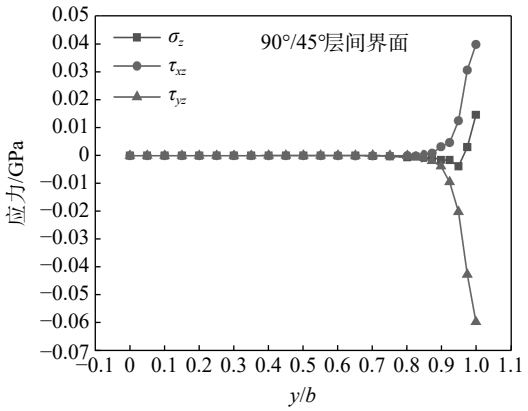


图 3　拉伸载荷下层板各界面层间应力分布情况

Fig. 3　Stress distribution between interfaces of lami-nates under tensile load

由图 3 可知，拉伸载荷下层合板层间应力主要发生在自由边界附近；同时也证明，与经典层合理论得到的应力有所不同，应力值不为零的范围大约为层合板的厚度，经典层合板理论求解得到的边缘附近层间应力较小；对于两侧边缘的层间应力，其分量关于 z 轴对称；除了自由边界附近，复合材料层板的层间应力沿 y 方向是均匀分布的；对于自由边缘附近层间应力过大的情况，原因在于相邻两层材料主轴方向不一致会造成他们材料强度和泊松比之间的不匹配，从而导致复合材料多层板这种特殊行为。

1.2.2　弯曲载荷下层间应力分析

对承受三点弯曲载荷的 T700/环氧树脂复合材料层板的层间应力进行分析，铺层角度为 $[45/0/-45/90/45]_S$，尺寸为 84 mm × 12.5 mm × 2 mm[14]。边界条件设置为下端两个支撑点的接触方式为硬接触，摩擦因数设置为 0.02，上端加载处的载荷为垂直于加载面向下的 1 mm 位移载荷。

部分层间的层间应力分布情况如图 4 所示，远离自由边界的地方，层间应力 σ_{zz} 为压应力，这是由于层板弯曲引起的，在靠近自由边界的地方，层间应力 σ_{zz} 不为零且逐渐增大，这是由边缘效应引起的，该现象容易引起自由边缘附近分层。而层间剪应力 τ_{xz} 和 τ_{yz} 在层合板中面层间处值最大，在上下最外两层间内最小。根据复合材料力学可对上述现象进行解释，由于层合板自由边界的侧面不存在 τ_{xy}，为了保证 x 方向上的力平衡，应当有一应力来代替自由边界侧面不存在的 τ_{xy}，这只能是自由体的顶层的底面存在应力 τ_{xy}。为了平衡 z 轴的力矩，τ_{xz} 应该很高，因为它只存在于接近自由边界的地方。此外从弯曲疲劳试验现象中发现层间边缘比层中更容易分层，说明边缘效应相关的层间应力容易引起边缘分层。

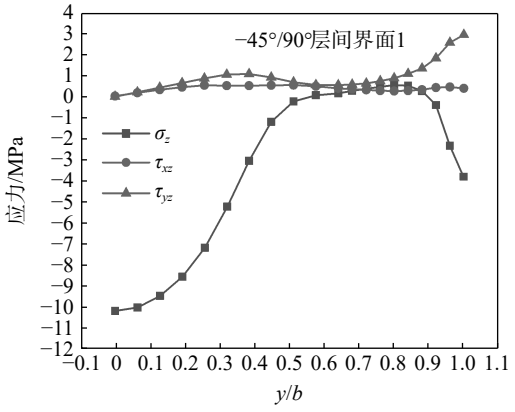


图 4　弯曲载荷下层板部分界面层间应力分布情况

Fig. 4　Distribution of interlayer stress at the interface of laminate under bending load

1.2.3　多层板铺层角度对边缘效应的影响

为了进一步研究复合材料多层板铺层角度对

边缘效应的影响，在保持下层材料主轴方向不变的情况下改变其上层材料主轴方向，此时层合板模型可以表示为$(\theta/45)_S$，分析得到边缘最大层间应力与轴向应力的比值σ_{zz}/σ_x随角度θ的变化规律如图 5 所示，可知自由边界处σ_{zz}在上层材料主轴方向为 25°左右时最大，此时边缘效应最为显著。当上层材料主轴方向为 45°时，多层板变为均质各向异性材料，各层材料主轴方向一致，层间应力σ_{zz}接近为零，说明边缘效应是由相邻两层复合材料层板变形不一致的耦合作用引起的，并不是主轴方向与加载方向不一致造成的。当相邻两层层板主轴方向不一致时，其在受载情况下，材料参数和变形不匹配会引起边缘效应。

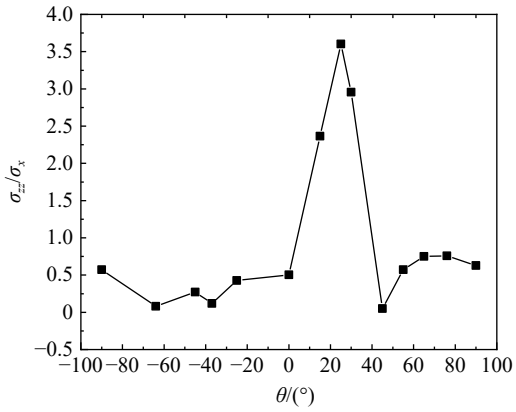


图 5 自由边缘层间正应力随铺层角度的变化规律

Fig. 5 Variation normal stress between free edge layers with ply angle

2 考虑层间应力的寿命模型的建立

2.1 层间应力的处理

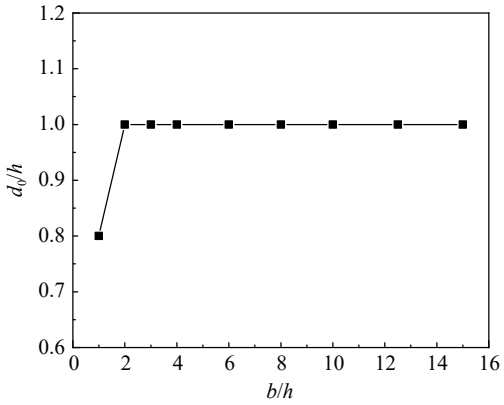
针对自由边缘附近层间应力过大的情况，引入局部平均应力的概念对自由边缘附近的层间应力进行处理，将自由边界附近某一特征长度内的平均值定义为局部平均层间应力，定义如下：

$$\begin{aligned}\overline{\sigma_z} &= \frac{1}{d_0}\int_{b-d_0}^{b}\sigma_z(y)\,\mathrm{d}y\\ \overline{\tau_{zy}} &= \frac{1}{d_0}\int_{b-d_0}^{b}\tau_{zy}(y)\,\mathrm{d}y\\ \overline{\tau_{zx}} &= \frac{1}{d_0}\int_{b-d_0}^{b}\tau_{zx}(y)\,\mathrm{d}y\end{aligned}\qquad(1)$$

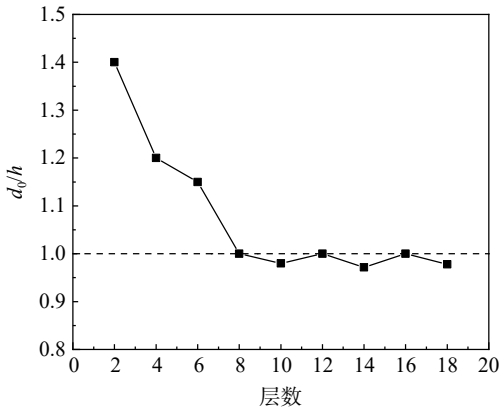
其中 b 为复合材料层板宽度的一半，d_0是边缘效应的特征长度。式(1)可以写成无量纲的形式：

$$\overline{\sigma}_{ij} = \frac{1}{d_0/b}\int_{1-\frac{d_0}{b}}^{1}\sigma_{ij}(y/b)\,\mathrm{d}(y/b)\qquad(2)$$

为确定特征长度d_0，需研究复合材料层合板尺寸对其层间应力分布的影响，即保持长度不变，分别研究定厚度变宽度和定宽度变厚度下层间应力的变化情况。以铺层角度为 [45/90/−45/0/0/−45/90/45]$_S$ 的层合板承受拉伸载荷为例，长度为 220 mm，厚度为 2 mm，分析了层合板宽厚比 b/h 分别为 1、2、3、4、6、8、10、12.5 和 15 下层间应力的分布情况，将沿宽度方向上层间应力变化幅度超过 20% 的区域长度定义为d_0，并以层合板厚度 h 为参考，得到不同宽厚比下边缘效应的影响范围d_0/h的变化情况，如图 6(a)所示。为研究厚度对试验件层间应力的影响，确定试验件长度为 220 mm，根据上述宽度对层间应力分布的影响分析，并参考复合材料试验件的设计经验，确定宽度为 20 mm，每层厚度为 0.125 mm，分析层合板铺层数分别为 2、4、6、8、10、12、14、16 和 18 时的边缘效应影响范围变化情况，如图 6(b)所示。由图 6 可知，在特定的宽厚比内，边缘效应影响范围会受到宽厚比的影响，当宽厚比增加到一定程度后，其呈现出不再受宽厚比影响的趋势，且d_0/h为 1；当层合板宽度不变，随着层数增加，边缘效应的影响范围d_0/h逐渐减小，当层数继续增加并



(a) 变宽度下边缘效应影响范围



(b) 变厚度下边缘效应影响范围

图 6 层合板尺寸对边缘效应的影响

Fig. 6 Influence of laminate size on edge effect

大于 8 层时，d_0/h变化较小且在 1 附近小幅波动。该现象可以得到合理解释，当层数过少时如 2 层，此时厚度过小，边缘效应不可忽略，d_0/h较大；当层数较多时如 16 层，d_0/h为 1，边缘影响范围和厚度相当，且此层数是目前疲劳试验时复合材料层合板选择较多的层数。上述研究结果与文献 [15] 中结论是相一致的，故边缘效应的区域长度取为层板的厚度。

对于局部平均层间应力，采用以下两种方法：①将边缘效应影响范围 n 等分，利用复化梯形公式对节点应力进行数值积分，即可得到局部平均层间应力；②采用拉格朗日插值公式得到边缘效应影响范围内层间应力的分布函数，再进行数值积分得到局部平均层间应力。

利用两种方法计算得到的90°/45°层间的局部平均层间应力如表 1 所示，两者偏差较小。由于采用复化梯形公式进行计算精度较低，但计算更为方便，所以先利用复化梯形公式计算得到的局部平均应力来计算分层判据，选取最危险层间，然后再利用拉格朗日插值法得到层间应力分布函数，积分得到平均应力用于寿命计算。

表 1　两种方法计算得到的层间 7 的局部平均应力

Table 1　Local average stress of interlayer 7 calculated by two methods

计算方法	$\bar{\sigma}_{zz}$	$\bar{\tau}_{xz}$	$\bar{\tau}_{yz}$
复化梯形公式	9.21×10^{-5}	8.93×10^{-3}	-1.37×10^{-2}
拉格朗日插值法	9.07×10^{-5}	8.23×10^{-3}	-1.46×10^{-2}
偏差/%	1.54	8.51	6.16

2.2　分层损伤判据

为了预测复合材料层板的分层，参考 Hashin 失效准则中的分层失效准则，定义如式(3)的分层失效判据，该失效准则通过计算界面中的层间应力，以相当高的精度预测层间分层：

$$C_{\mathrm{ri}}=K\left[\left(\frac{\bar{\tau}_{zx}}{S}\right)^2+\left(\frac{\bar{\tau}_{zy}}{S}\right)^2\right]+\left(\frac{\bar{\sigma}_{zt}}{Z_{\mathrm{t}}}\right)^2 \tag{3}$$

其中 S 为层合板剪切强度，K 可用来区分层间剪应力和正应力对分层的相对作用，此处参考文献对于层间剪应力和正应力的区分情况[16]，选取 K=0.7。

利用前面得到的拉伸载荷下铺层形式为 $[45/90/-45/0_2/-45/90/45]_{\mathrm{S}}$ 的 T300/QY8911 碳纤维/双马树脂层合板的层间应力数据，计算得到各界面局部平均层间应力和分层失效判据的数值，如表 2 所示。可知，层间 7 即90°/45°界面的分层失效判据数值最大，判定该层间最易发生分层。

表 2　拉伸载荷下 T300/QY8911 层合板局部平均层间应力和分层判断

Table 2　Local average interlayer stress and delamination judgment of T300/QY8911 laminated plates under tensile load

自顶层至中面铺层层间		自由边界应力相对数值			C_{ri}	分层判断	分析
		$\bar{\sigma}_{zz}$	$\bar{\tau}_{xz}$	$\bar{\tau}_{yz}$			
层间 1	45/90	5.84×10^{-6}	-8.92×10^{-3}	1.36×10^{-2}	4.84×10^{-3}		
层间 2	90/−45	1.44×10^{-5}	-8.97×10^{-3}	1.29×10^{-2}	4.51×10^{-3}		
层间 3	−45/0	2.69×10^{-5}	-0.9×10^{-2}	-0.29×10^{-3}	1.48×10^{-3}		
层间 4	0/0	3.46×10^{-5}	2.76×10^{-5}	1.35×10^{-5}	7.12×10^{-7}		层间 7 最易分层
层间 5	0/−45	6.50×10^{-5}	9.04×10^{-3}	3.25×10^{-4}	1.49×10^{-3}		
层间 6	−45/90	8.19×10^{-5}	8.98×10^{-3}	-1.29×10^{-2}	4.51×10^{-3}		
层间 7	90/45	9.21×10^{-5}	8.93×10^{-3}	-1.37×10^{-2}	4.88×10^{-3}	最易分层	
层间 8	45/45	1.20×10^{-4}	1.53×10^{-7}	-3.23×10^{-5}	6.68×10^{-7}		

2.3　寿命预测模型的建立

为便于工程应用，故建立考虑层间应力的 *S-N* 曲线模型，如式(4)所示，该模型是基于如式(5)所示的典型 *S-N* 曲线变换而来，其基本形状呈 S 形。建立的 *S-N* 曲线模型也符合 *S-N* 曲线的特征。

$$s=\frac{1}{(1-a)+a\mathrm{e}^{-b(\lg N)}} \tag{4}$$

$$y=\frac{k}{1+a\mathrm{e}^{-bx}} \tag{5}$$

对于 *S-N* 曲线模型中的应力参量 S，定义如下

$$s=q+(1-q)\left[\frac{\sigma_z}{Z_{\mathrm{t}}}+\frac{\sqrt{(\tau_{yz})^2+(\tau_{xz})^2}}{S}\right] \tag{6}$$

其中 q 为载荷水平，$q=\sigma_{\max}/X_{\mathrm{ut}}$，$\sigma_{\max}$为最大加载应力，层间应力$\sigma_{zz}$、$\tau_{xz}$和$\tau_{yz}$为利用分层失效判据选取的最易分层界面的层间应力。应力参量建立依据如下：第 1 项对整个层板均一化处理得到其

名义应力，但不同组分材料参数和铺层方式对疲劳性能有明显影响，这主要是不同铺层使损伤扩展、分层扩展不同造成的，故第 2 项是选取危险层的层间应力来体现层间应力对疲劳寿命的作用。第 2 项层间应力处理是考虑不同层间应力对分层强度的贡献，由于层间拉伸和剪切强度不一致，对正应力和剪应力分开处理。其中引入 $1-q$ 这个系数是区别不同应力水平下层间应力的作用，低应力水平时，疲劳寿命较长，分层阶段占据着疲劳寿命的大部分过程，层间应力的影响较大，而 $1-q$ 值相对较大，应力参量的计算也能考虑层间应力的作用，高应力水平下，疲劳寿命较短，主要位于 *S-N* 曲线中的第 1 阶段，因而分层阶段占据寿命的比例也较低，$1-q$ 的值相对较小可以弱化层间应力的作用，这可以从文献的研究找到依据，其研究发现应力水平越低，分层沿轴向加载方向扩展的范围越大，即低应力水平下的疲劳载荷，在破坏之前经历的分层损伤更严重。

此外，并非所有的疲劳试验都是在同一应力比 R 下进行，疲劳寿命模型的建立需要考虑不同应力比的影响，一定程度上也是考虑平均应力对疲劳寿命的影响。参考文献 [17] 和文献 [18] 的做法。对于实际应力比 R' 下的载荷水平 q'，可以先当量换算成典型应力比 R 下的载荷水平 q，再采用对应的寿命模型，计算公式如下：

$$q=\frac{q'(1-R')}{(1-R)-q'(R'-R)} \tag{7}$$

3 算例结果分析

3.1 本文模型预测结果分析

本节利用不同文献中的拉-拉疲劳试验数据和弯曲疲劳试验数据即不同算例来对本文提出的 *S-N* 寿命模型进行验证，共选取了 4 个算例，分别为铺层形式为 $[45/90/-45/0_2/-45/90/45]_S$ 的 T300/QY8911 碳纤维/双马树脂层合板承受拉伸疲劳载荷[19]、铺层角度为 $[(\pm45/0_2)_2]_S$ 的 T800/5245 层合板承受拉伸疲劳载荷[20]、铺层角度为 $[45/0/-45/90/45]_S$ 的 T700/环氧树脂层合板承受三点弯曲疲劳载荷[14] 和铺层角度为 $[(45/0/-45/0/45/0/-45/90)]_S$ 的 T700/970 层合板 3 点弯曲疲劳载荷[3]。首先是根据文献中的试验数据拟合得到寿命模型中的材料参数，然后利用寿命模型对同种材料在不同应力水平下进行寿命预测，并与试验数据进行对比。

以算例 1 为例，其拉—拉疲劳试验数据和计算得到的应力参量如表 3 所示。利用最小二乘法对试验数据进行拟合，拟合参数为 a=0.009 0、b=−0.739 5，拟合优度为 R^2=0.983 8，利用拟合得到的寿命模型预测其他应力水平的寿命。其中算例 3 和算例 4 对于其他应力比 R' 下的试验载荷水平 q'（$R'\neq1$），可以按照式(7)转换为典型应力比下的载荷水平为 q，然后再采用寿命模型进行计算。4 个算例预测寿命与试验寿命对比见图 7，预测寿命基本在两倍误差带以内，预测结果较好。

表 3 T300/QY8911 层合板拉伸疲劳试验数据及应力参量

Table 3 Tensile fatigue test data and corresponding stress parameters of T300/QY8911 laminated plates

拉伸强度/MPa	应力水平 q	寿命 N/循环	应力参量
578.8	0.85	1.44×10^4	0.863 5
	0.80	1.98×10^4	0.816 9
	0.70	9.55×10^4	0.722 2
	0.65	3×10^5	0.674 1
	0.59	6×10^5	0.615 6
	0.54	10^6	0.566 3

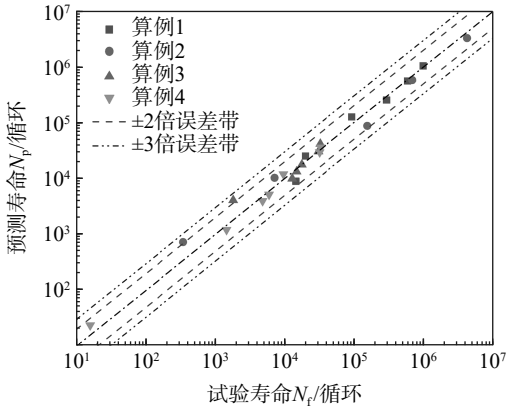


图 7 不同算例的试验寿命与预测寿命对比

Fig. 7 Comparison of experimental life and predicted life for different calculation examples

3.2 与其他模型的对比分析

为了更好验证本文提出的 *S-N* 曲线模型的适用性，将本文提出的 *S-N* 曲线模型与目前已经提出的较为典型的宏观 *S-N* 曲线寿命模型进行对比，选取的其他 3 种模型如下：

1）模型 1 为线性 *S-N* 曲线模型，转换为应力水平 q 与寿命之间的关系如下式所示：

$$q=1+a\lg N \tag{8}$$

其中 σ_{max} 为最大加载应力，σ_{ult} 为极限强度，b 为材料参数。

2）模型 2 为 Hwang 等[21]提出了一种双参数 *S-N* 曲线模型，该模型假设材料疲劳模量的退化率在 1 个疲劳周期内满足幂函数规律，具体模型如式(9)和式(10)所示：

$$N=[B(1-q)]^{1/C} \tag{9}$$

$$\lg(1-q)=c\lg N-\lg B=a\lg N+b \tag{10}$$

其中 q 为最大加载应力与材料静强度的比值，B 和 C 均为材料参数。

3）模型 3 为熊峻江[22]对上述模型进行了修正而提出的一种新的四参数 *S-N* 曲线模型，转换成应力水平的形式如式(11)所示：

$$q=\frac{(S_{\mathrm{u}}-S_0)/\sigma_{\mathrm{ult}}}{10^{c(\lg N)^m}}+\frac{S_0}{\sigma_{\mathrm{ult}}}=\frac{1-a_1}{10^{a_2(\lg N)^{a_3}}}+a_1 \tag{11}$$

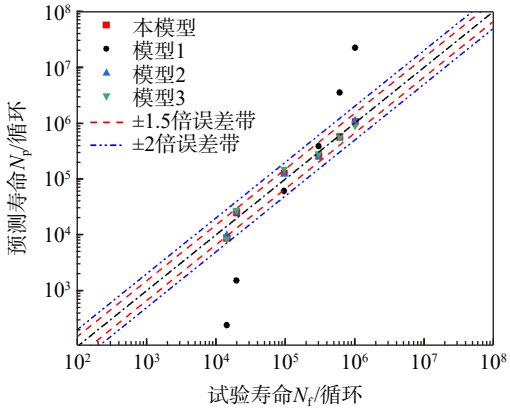
式中 S 为最大加载应力；N 为疲劳寿命；S_{u}、S_0、C 和 m 为材料常数，其中 S_{u} 为拟合屈服极限，S_0 为拟合疲劳极限，m 为形状参数。

不同模型对于前述 4 个算例试验数据的拟合系数 R^2 如表 4 所示，利用拟合得到的寿命模型预测其他应力水平下的寿命与试验寿命对比如图 8 所示。由表 4 可知，除了第 1 个算例，本文模型拟合效果略低于模型 3，但比另外两个模型的拟合效果要好，对于其他 3 个算例，本文模型的拟合系数是最高的。且由图 8 可知，本模型预测寿命基本在±2 倍误差带以内；对于算例 1 和算例 2 本模型预测结果与其他模型结果相差不大；对于算例 3 和算例 4 本模型预测结果具有较明显优势。

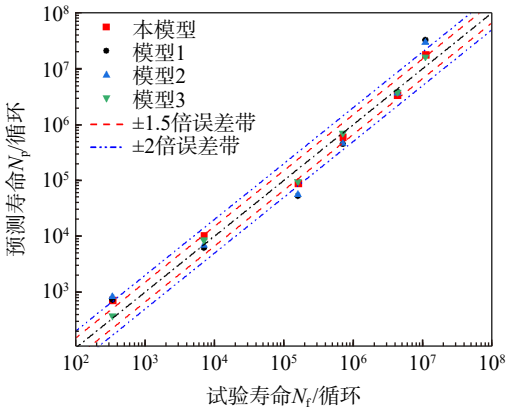
表 4　本模型与其他模型对 4 个算例试验数据的拟合优度

Table 4　Goodness of fit between this model and other models for the experimental data of four examples

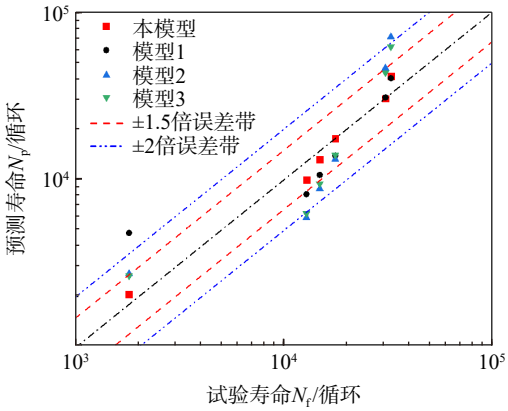
算例	本文模型	模型 1	模型 2	模型 3
算例 1	0.983 8	0.630 4	0.904 1	0.984 0
算例 2	0.983 9	0.959 6	0.983 5	0.957 1
算例 3	0.971 6	0.577 1	0.699 1	0.752 5
算例 4	0.990 0	0.971 5	0.510 7	0.984 3



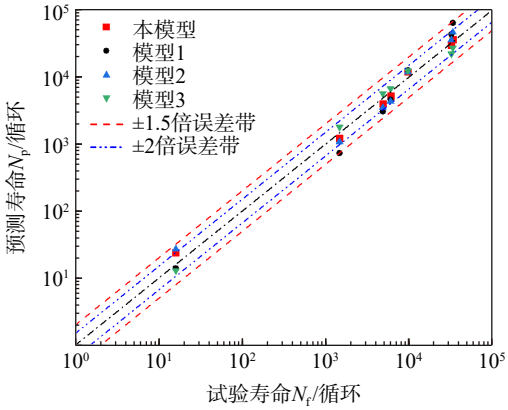
(a) 4种模型对于算例1的预测寿命



(b) 4种模型对于算例2的预测寿命



(c) 4种模型对于算例3的预测寿命



(d) 4种模型对于算例4的预测寿命

图 8　本模型与其他模型对于 4 个算例的预测寿命

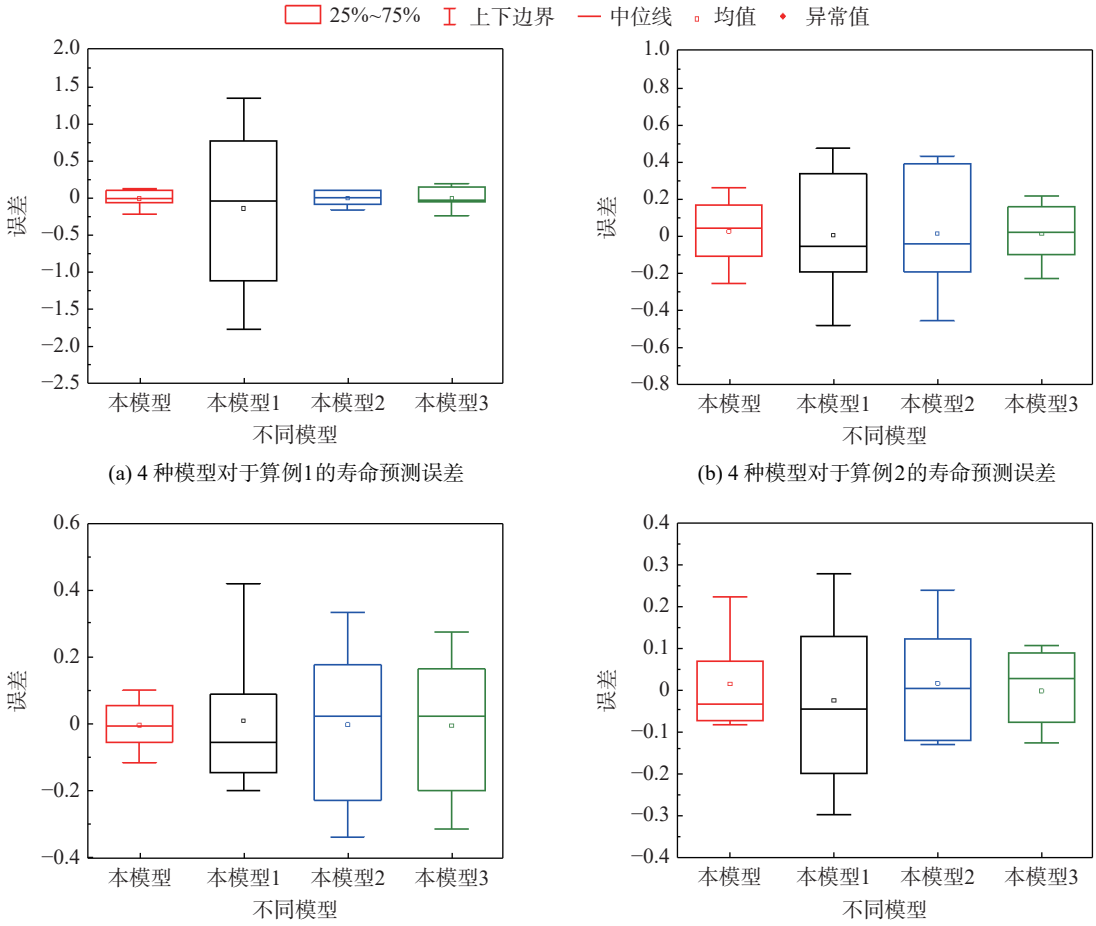
Fig. 8　Predicted life of this model and the other three models for four examples

为了更加客观地比较本文模型与其他 3 种模型之间的差异，定义寿命预测误差为：

$$p=\lg N_{\mathrm{p}}-\lg N_{\mathrm{f}} \tag{12}$$

其中 N_{p} 为预测寿命、N_{f} 为试验寿命，图 9 是对于

不同算例各种模型的寿命预测误差箱线图。对于几批数据之间的比较，箱线图可以将数据的中位数、均值、异常值及分布区间清晰地显示出来。由图 9 可知，线性 *S-N* 曲线模型寿命及 Hwang 双参数预测误差较大；对于 4 个算例的寿命预测情况，本模型预测误差均相对较小；相比其他模型，本模型的模型预测误差波动较小，对于拉/弯疲劳试验预测效果均较好。



(a) 4 种模型对于算例1的寿命预测误差

(b) 4 种模型对于算例2的寿命预测误差

(c) 4 种模型对于算例3的寿命预测误差

(d) 4 种模型对于算例4的寿命预测误差

图 9 本文模型与其他模型对于 4 个算例的寿命预测误差箱线图

Fig. 9 Life prediction error box plot of the model in this article and the other three models for four examples

4 结 论

分析了复合材料层板在拉伸和弯曲载荷下的层间应力分布情况，建立了考虑层间应力的疲劳寿命模型并利用试验数据进行验证。主要结论如下：

1）引入了局部平均应力对自由边缘附近的层间应力进行处理，建立了基于 Hashin 失效准则的分层失效判据，利用分层失效判据选取的最易分层的危险层间与文献中分层位置也相符合。

2）将危险层间的局部平均层间应力引入到复合材料 *S-N* 曲线模型中，建立考虑层间应力的疲劳寿命预测模型，该模型对文献中的复合材料承受拉-拉和三点弯曲疲劳载荷下的寿命数据拟合效果较好，且利用拟合得到的模型进行寿命预测的误差均在两倍误差带以内。

3）本模型相比于其他 3 种 *S-N* 曲线模型在寿命预测误差上整体是最小的，且不同材料下误差波动也最小，说明本文模型对于拉伸疲劳和弯曲疲劳试验均是适用的。

参考文献：

[1] 蔡菊生. 先进复合材料在航空航天领域的应用[J]. 合成材料老化与应用, 2018, 47(6): 94-97.
CAI Jusheng. Application of advanced composite materials in aerospace[J]. Synthetic Materials Aging and Application, 2018, 47(6): 94-97. (in Chinese)

[2] 张文姣. 纤维增强复合材料的疲劳损伤模型及分析方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
ZHANG Wenjiao. Fatigue damage modelling and analysis method of fiber reinforced composites materials[D]. Harbin: Harbin Insti-

tute of Technology, 2015. (in Chinese)

[3] 刘思博. 复合材料层合板弯曲疲劳性能退化研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.
LIU Sibo. Degardation of bending fatigue properties of composite laminates[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021. (in Chinese)

[4] 佟景伟, 谢马岳, 沈珉, 等. 复合材料多层板边缘效应起因分析[J]. 天津大学学报, 2001, 34(2): 171-174.
TONG Jingwei, XIE Mayue, SHEN Min, et al. Edge effects of fiber-enforced composite laminates under uniform axial strain[J]. Journal of Tianjin University, 2001, 34(2): 171-174. (in Chinese)

[5] 沈观林, 胡更开. 复合材料力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
SHEN Guanlin, HU Gengkai. Mechanics of composite materials[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)

[6] 李亚智. 飞机结构疲劳和断裂分析中若干问题的研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2003.
LI Yazhi. Some topics on the fatigue and fracture of aircraft structure[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003. (in Chinese)

[7] JOO J W, SUN C T. A failure criterion for laminates governed by free edge interlaminar shear stress[J]. Journal of Composite Materials, 1992, 26(10): 1510-1522.

[8] GIULIESE G, PALAZZETTI R, MORONI F, et al. Cohesive zone modelling of delamination response of a composite laminate with interleaved nylon 6, 6 nanofibres[J]. Composites Part B: Engineering, 2015, 78: 384-392.

[9] GUILLAMET G, TURON A, COSTA J, et al. A quick procedure to predict free-edge delamination in thin-ply laminates under tension[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2016, 168: 28-39.

[10] WISNOM M R. The role of delamination in failure of fibre-reinforced composites[J]. Philosophical Transactions Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2012, 370(1965): 1850-1870.

[11] 黄曦. 碳纤维增强复合材料层合板疲劳寿命与剩余强度试验研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
HUANG Xi. Experimental study on fatigue life and residual strength of CFRP laminates[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006. (in Chinese)

[12] 羿旭明. 层状复合材料结构边缘效应非线性分析[J]. 数学杂志, 1994, 14(1): 87-93.
YI Xuming. Non-linear analysis of edge-effect for laminated composite structure[J]. Journal of Mathematics, 1994, 14(1): 87-93. (in Chinese)

[13] 蒋鞠慧. 复合材料层合板层间应力的解析解[C]//中国硅酸盐学会玻璃钢分会. 第十届玻璃钢/复合材料学术年会论文集. 国家建材局玻璃钢研究设计院, 1993: 221-227.
JIANG Juhui. Analytical solution of interlaminar stress in composite laminates [C]//Fiber Reinforced Plastics Branch of the Chinese Ceramic Society. Proceedings of the 10th Academic Conference on FRP/Composites. National FRP Research and Design Institute, 1993: 221-227. (in Chinese)

[14] 许良, 肖景厚, 宋万万, 等. 碳纤维复合材料层合板三点弯曲疲劳性能[J]. 吉林大学学报(工学版), 2024, 54(2): 400-409.
XU Liang, XIAO Jinghou, SONG Wanwan, et al. Three-point bending fatigue properties of carbon fiber composite laminates[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2024, 54(2): 400-409. (in Chinese)

[15] ROSE C A, HERAKOVICH C T. An approximate solution for interlaminar stresses in composite laminates[J]. Composites Engineering, 1993, 3(3): 271-285.

[16] DELBARIANI-NEJAD A, FARROKHABADI A, FOTOUHI M. Finite element reliability analysis of edge delamination onset due to interlaminar stresses in composite laminates[J]. Composite Structures, 2022, 288: 115410.

[17] 杨庆生. 复合材料细观结构力学与设计[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.
YANG Qingsheng. Microstructural mechanics and design of composite materials[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2000. (in Chinese)

[18] 张开达, 李亚智. 计及平均应力影响的疲劳寿命估算方法[C]//中国力学学会.复合材料的现状与发展——第十一届全国复合材料学术会议论文集. 西安: 西北工业大学, 2000: 625-629.
ZHANG Kaida, LI Yazhi. A fatigue life estimation method considering the influence of average stress[C]//The Current Situation and Development of Composite Materials - Proceedings of the 11th National Conference on Composite Materials. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2000: 625-629. (in chinese)

[19] 张培新. 复合材料层压板层间应力分析和疲劳寿命估算[D]. 西安: 西北工业大学, 2005.
ZHANG Peixin. Interlayer stress analysis and fatigue life estimation of composite laminates[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005. (in Chinese)

[20] GATHERCOLE N, REITER H, ADAM T, et al. Life prediction for fatigue of T800/5245 carbon-fibre composites: Ⅰ constant-amplitude loading[J]. International Journal of Fatigue, 1994, 16(8): 523-532.

[21] HWANG W, HAN K S. Fatigue of composites: fatigue modulus concept and life prediction[J]. Journal of Composite Materials, 1986, 20(2): 154-165.

[22] 熊峻江. 复合材料全寿命范围 E-N 曲线方程与 S-N 曲线方程[J]. 复合材料学报, 2000, 17(1): 103-107.
XIONG Junjiang. S-N equation and E-N equation over all-life range of composite material[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2000, 17(1): 103-107. (in Chinese)

（编辑：张　雪）